

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA: KHOA HỌC CƠ BẢN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN-LẦN 2
Học kỳ 2, năm học 2022 - 2023

Mã học phần: 72MATH10013.

Tên học phần: Toán.

Mã nhóm lớp học phần: 222_72MATH10013_01.

Thời gian làm bài : 75 phút.

Hình thức thi: **Tự luận**

SV được tham khảo tài liệu: Có

Không

Cách thức nộp bài phần tự luận: Upload hình ảnh bài làm.

Câu 1 (2 điểm): Một công ty muốn thuê 15 xe khách để chở được tổng cộng 470 nhân viên đi du lịch. Biết rằng công ty đó muốn thuê 3 loại xe chuyên chở được lần lượt là 20, 30 và 45 nhân viên mỗi chiếc. Biết rằng công ty đó muốn thuê đủ 3 loại xe khách, mỗi xe khách đều chứa đầy nhân viên.

a) Lập hệ phương trình mô tả tình huống trên.

b) Tìm tất cả các phương án để thuê xe thông qua việc giải hệ phương trình đã lập được ở câu a).

Giải

a) Gọi $x, y, z > 0$ lần lượt là số lượng xe khách loại chuyên chở 20, 30 và 45 hành khách (x, y, z là các số nguyên). Dựa theo các dữ kiện ta có hệ phương trình (0.25đ)

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ 20x + 30y + 45z = 470 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

b) Ma trận hệ số mở rộng của hệ phương trình là

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 20 & 30 & 45 & 470 \end{array} \right] \quad (0.25đ)$$

$$\xrightarrow{d_2 = d_2 - 20d_1} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & 10 & 25 & 170 \end{array} \right] \quad (0.25đ)$$

$$\xrightarrow{d_2 = \frac{1}{20}d_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & 2 & 5 & 32 \end{array} \right]. \quad (0.25đ)$$

Hệ phương trình tương ứng

$$\begin{cases} x + y + z = 15 \\ 2y + 5z = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2}z - 1 \\ y = \frac{32 - 5z}{2} = 16 - \frac{5z}{2} \end{cases}. \quad (0.25đ)$$

Kết hợp với điều kiện $x, y, z > 0$ và là số nguyên, ta suy ra z là số chẵn và $1 < z \leq 6$. (0.25đ)

Vậy hệ phương trình trên có 3 nghiệm tương ứng với 3 phương án thuê xe là

$$(2, 11, 2); (5, 6, 4); (8, 1, 6). \quad (0.25đ)$$

Câu 2 (2 điểm): Bảng sau mô tả 3 mức giá tiền điện sinh hoạt theo hộ gia đình trong một tháng

Bậc	Mức sử dụng của hộ gia đình	Giá bán điện (đ/kWh)
1	Cho kWh từ 0 đến 50	1678
2	Cho kWh thứ 51 đến 100	1734
3	Cho kWh thứ 101 đến 200	2023

a) Hãy tính số tiền hộ gia đình phải trả nếu sử dụng 180 kWh trong tháng đó.

b) Tìm công thức (ở dạng thu gọn) biểu diễn tổng số tiền phải trả như một hàm số M theo mức sử dụng x thuộc 3 mức sử dụng trên.

Giải

a) Số tiền hộ gia đình phải trả nếu sử dụng 180 kWh là

$$1678 \times 50 + 1734 \times 50 + 2023 \times 80 \quad (0.25đ)$$

$$= 332440 \text{ (đồng)} \quad (0.25 đ)$$

b) Theo bảng, ta sẽ lập hàm số M biểu diễn tổng số tiền phải trả như sau:

$$M(x) = \begin{cases} 1678x, & 0 \leq x \leq 50 & (0.25đ) \\ 1678 \times 50 + 1734(x - 50), & 50 < x \leq 100 & (0.25đ) \\ 1678 \times 50 + 1734 \times 50 + 2023(x - 100), & 100 < x \leq 200 & (0.25đ) \end{cases}$$

Hay thu gọn lại ta được

$$M(x) = \begin{cases} 1678x, 0 \leq x \leq 50 & (0.25đ) \\ 1734x - 2800, 50 < x \leq 100 & (0.25đ) \\ 2023x - 31700, 100 < x \leq 200 & (0.25đ) \end{cases}.$$

Câu 3 (2 điểm): Một người gửi 1000\$ vào tài khoản ngân hàng hưởng lãi kép 8.2%/năm, kì hạn ghép lãi là nửa năm.

- Lập hàm số biểu diễn số tiền trong tài khoản của người đó sau t năm.
- Sử dụng đạo hàm, ước lượng tốc độ gia tăng của tài khoản đó sau 8 năm.
- Sau bao lâu thì số tiền trong tài khoản của người đó tăng lên gấp ba lần so với ban đầu?

Giải

- Theo công thức lãi kép cho tiền gửi ngân hàng, ta có số tiền trong tài khoản A sau t năm là (0.25đ)

$$A(t) = 1000 \left(1 + \frac{8.2\%}{2} \right)^{2t} = 1000(1.041)^{2t}. \quad (0.25đ)$$

- Đạo hàm của hàm số tiền gửi là

$$A'(t) = 1000 \times 2 \times \ln(1.041) \times (1.041)^{2t}. \quad (0.25đ)$$

Tốc độ gia tăng của số dư tại thời điểm 8 năm là (0.25đ)

$$A'(8) = 1000 \times 2 \times \ln(1.041) \times (1.041)^{2 \times 8} \approx 152.85 (\$/\text{năm}). \quad (0.25đ)$$

- Gọi T là thời điểm để số tiền trong tài khoản gấp 3 lần so với ban đầu. (0.25đ)

Theo đề bài ta có

$$3A_0 = A_0(1.041)^{2T}. \quad (0.25đ)$$

Suy ra $T \approx 13.67$ (năm). (0.25đ)

Câu 4 (2 điểm): Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa (nếu có) của hàm số hai biến

$$f(x, y) = -3x^2 - 2xy - 2y^2 - 2x + 6y + 10.$$

Giải

Tìm điểm tới hạn thông qua hệ phương trình

$$\begin{cases} f_x(x, y) = 0 \\ f_y(x, y) = 0 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6x - 2y - 2 = 0 \\ -2x - 4y + 6 = 0 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \quad (0.25đ)$$

Vậy hàm số có một điểm tới hạn là $(-1; 2)$. (0.25đ)

Tính các đạo hàm riêng cấp hai

$$f_{xx}(x, y) = -6; f_{xy}(x, y) = -2; f_{yy}(x, y) = -2. \quad (0.25 đ)$$

$$\text{Nên } D(x, y) = f_{xx}(x, y) \cdot f_{yy}(x, y) - [f_{xy}(x, y)]^2 = 12 - 4 = 8. \quad (0.25 đ)$$

$$\text{Tính } D(-1, 2) = 8 > 0 \text{ và } f_{xx}(-1, 2) = -6 < 0 \quad (0.25đ)$$

nên $f(-1, 2) = 17$ là giá trị cực đại địa phương của hàm số. (0.25 đ)

Câu 5 (2 điểm): Tính các tích phân sau

$$\text{a) } \int_{-1}^1 \int_0^1 (x-1)^2 y^2 dx dy.$$

$$\text{b) } \iiint_B x^3 y(z-1)^2 dV \text{ với } B \text{ là hình hộp chữ nhật xác định bởi}$$

$$B = \{(x, y, z) \mid -1 \leq x \leq 0, -2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Giải.

$$\text{a) } \int_{-1}^1 \int_0^1 (x-1)^2 y^2 dx dy = \int_{-1}^1 \frac{1}{3} (x-1)^3 y^2 \Big|_0^1 dy \quad (0.25đ)$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{1}{3} y^2 dy \quad (0.25đ)$$

$$= \frac{1}{9} y^3 \Big|_{-1}^1 \quad (0.25đ)$$

$$= \frac{2}{9}. \quad (0.25đ)$$

$$b) \iiint_B x^3 y (z-1)^2 dV = \int_0^1 \int_{-2}^1 \int_{-1}^0 x^3 y (z-1)^2 dx dy dz \quad (0.25đ)$$

$$= \int_0^1 \int_{-2}^1 \frac{1}{4} x^4 y (z-1)^2 \Big|_{-1}^0 dy dz = \int_0^1 \int_{-2}^1 -\frac{1}{4} y (z-1)^2 dy dz \quad (0.25đ)$$

$$= \int_0^1 -\frac{1}{8} y^2 (z-1)^2 \Big|_{-2}^1 dz = \int_0^1 \frac{3}{8} (z-1)^2 dz \quad (0.25đ)$$

$$= \frac{1}{8} (z-1)^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{8}. \quad (0.25đ)$$

----- hết -----

Ngày biên soạn: 10/04/2023.

Giảng viên biên soạn đáp án đề thi: Trịnh Quốc Thành.

Ngày kiểm duyệt: 15/04/2023.

Phó Bộ môn kiểm duyệt đề thi: Đinh Tiến Liêm.