TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG

KHOA CNTT

ĐỀ THI HỌC PHẦN ĐSTT

Học kỳ 1 Năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Học phần: ĐSTT	**Số tín chỉ: 3**
Mã học phần: 71MATL10053.	**Mã nhóm lớp học phần 231_71MATL10053_01,2,3,7,8**
Thời gian làm bài: 75 phút	**Hình thức thi: Tự luận………..**
SV được tham khảo tài liệu:	**Có ☒** **Không ☐**
Giảng viên nộp đề thi, đáp án	**Lần 1 ☒** **Lần 2 ☒**

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

(phần này phải phối hợp với thông tin từ đề cương chi tiết của học phần)

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6)**	**(7)**
CLO 1	Tìm ma trận	cho điểm	25%	1	2,5	25%
CLO 2	Tọa độ ma trận chuyển cơ sở	Cho điểm	25%	2	2,5	25%
CLO 3	Giải hệ phương trình tuyến tính	Cho điểm	25%	3	2,5	25%
CLO 4	Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc	Cho điểm	25%	4	2,5	25%

III. Đề thi và đáp án.

Câu 1. (2,5 điểm).

Cho ma trận : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$. Tìm ma trận B sao cho : AB = BA

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
1	**Đặt** $$B = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix}$$	**0,25**
2	**Theo gt:** $$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$	**0,25**
3	**Ta có :** $$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.a + 0.x & 1.b + 0.y \\ -1.a + 1.x & -1.b + 1.y \end{bmatrix}$$	**0,25**

4	$\Rightarrow AB = \begin{bmatrix} a & b \\ -a+x & -b+y \end{bmatrix}$	**0,25**
5	$BA = \begin{bmatrix} a & b \\ x & y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a.1+b.(-1) & a.0+b.1 \\ x.1+y.(-1) & x.0+y.1 \end{bmatrix}$	**0,25**
6	$\Rightarrow BA = \begin{bmatrix} a-b & b \\ x-y & y \end{bmatrix}$	**0,25**
7	$AB = BA \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ -a+x & -b+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-b & b \\ x-y & y \end{bmatrix}$	**0,25**
8	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = a-b \\ b = b \\ -a+x = x-y \\ -b+y = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = a \\ b = 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$	**0,25**
9	$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ x & a \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$	**0,25**
10	Với a = 1, x = 2 thì ma trận B là : $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$	**0,25**

Chú ý dự phòng câu 1: Nếu sinh viên không lập luận, chỉ ra được ví dụ đúng thì cho điểm (0,5đ- 1,0đ)

Câu 2.(2,5 điểm). Trong $\mathbb{R}^2$, xét hai cơ sở:

$$B_1 = \{u_1 = (1,0); u_2 = (0,-1)\}$$
$$B_2 = \{v_1 = (2,1); v_2 = (-1,1)\}$$

Cho biết: $[x]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ Tìm $[x]_{B_1}$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
1	$Theo..gt..u_1 = (1,0); u_2 = (0,-1);$ $v_1 = (2,1)$	0,25
2	$\Rightarrow v_1 = 2u_1 - u_2$	0,25
3	$\Rightarrow v_2 = -u_1 - u_2$	0,25
4	$Theo..gt..[x]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	0,25
5	$\Rightarrow [x]_{B_2} = v_1 + 2v_2$	0.25
6	Thay (2), (3) vào (5), ta có : $[x]_{B_1} = (2u_1 - u_2) + 2(-u_1 - u_2)$	0,25 0,25
7	$\Rightarrow [x]_{B_1} = 0.u_1 - 3u_2$	0.25

8	$\Rightarrow [x]_{B_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$	0,25
9	Vậy tọa độ của [x] đối với cơ sở B_1 là (0, 3)	0.25

Chú ý dự phòng câu 2: Nếu sinh viên sử dụng công thức : $[x]_A = P_{(A\to B)}.[x]_B$

Lập luận đầy đủ các bước thì cho điểm tối đa : 2,5 điểm

Câu 3.(2,5 điểm). Giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 - 2x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3 \end{cases}$$

Đáp án và thang điểm

Stt	Nội dung	Thang điểm
1	Lập ma trận bổ sung: $\overline{A} = \left[\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -3 & 3 \end{array}\right]$	0,25
2	Thực hiện các phép biến đổi ma trận: $\overline{A} = \left[\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -4 & -3 & 3 \end{array}\right] \xrightarrow{d_3 := (-1)d_1 + d_3} \left[\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -4 & 4 \end{array}\right]$	0,25 0,25

3	$\left[\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -4 & 4 \end{array}\right] \xrightarrow{d_3 := (-2)d_2 + d_3} \left[\begin{array}{cccc\|c} 1 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$	0,25
4	Hệ đã cho tương đương với hệ: $\begin{cases} x_1 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2x_3 - x_4 - 1 \\ x_2 = x_3 + 2x_4 + 2 \end{cases}$	0,25 0,25
5	Ẩn chính ta lấy là x_1, x_2 ẩn tự do $x_3 = s, x_4 = t$: ta được : $\begin{cases} x_1 = 2s - t - 1 \\ x_2 = s + 2t + 2 \\ x_3 = s \\ x_4 = t \end{cases}$	0.25 0,25
6	**Vậy, hệ phương trình có vô số nghiệm và tập nghiệm là :** $\left\{\left(2s - t - 1, s + 2t + 2, s, t\right) : s, t \in \mathbb{R}\right\}$	0,25 0,25

Chú ý dự phòng câu 3: Nếu sinh viên giải bài toán bằng lập trình Python , bài giải đúng thì cho (1,0 đ-1,5 đ)

Câu 4. (2,5 điểm). Đưa dạng toàn phương sau về dạng chính tắc bằng phương pháp Lagrange

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 7x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2$$

Đáp án và thang điểm

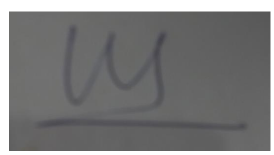
Stt	Nội dung	Thang điểm
1	Ta có: $\varphi(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 7x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2$	0,25
2	$\Rightarrow \varphi(x_1,x_2,x_3) = (x_1^2 + 4x_1x_2) + 7x_2^2 + 4x_3^2..(1)$	0,25
3	**Đưa biểu thức** $x_1^2 + 4x_1x_2$ **về dạng chính tắc:** $x_1^2 + 4x_1x_2 = x_1^2 + 4x_1x_2 + (2x_2)^2 - 4x_2^2$	0,25
4	$\Rightarrow x_1^2 + 4x_1x_2 = (x_1 + 2x_2)^2 - 4x_2^2..(2)$	0,25
5	Thế (2) vào (1) ta được: $\varphi(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2)^2 - 4x_2^2 + 7x_2^2 + 4x_3^2$	0,25
6	$\Rightarrow \varphi(x_1,x_2,x_3) = (x_1 + 2x_2)^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2$	0.25
7	Đặt $\begin{cases} y_1 = x_1 + 2x_2 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \end{cases}$	0,25
8	$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = y_1 - 2y_2 \\ x_2 = y_2 \\ x_3 = y_3 \end{cases}$	0.25

9	Thì $\varphi(x_1, x_2, x_3)$ có dạng chính tắc: $$\varphi(y_1, y_2, y_3) = y_1^2 + 3y_2^2 + 4y_3^2$$	0,25
10	Và ma trận của phép biến đổi có dạng: $$P = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$	0.25

Chú ý dự phòng câu 4: Nếu sinh viên giải bài toán bằng phương pháp khác (ví dụ như phương pháp Jacobi, thuật toán biến đổi sơ cấp ma trận đối xứng) đúng thì cho điểm tối đa 2,5 điểm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 1 tháng 02. năm 2024.

NGƯỜI DUYỆT ĐỀ **GIẢNG VIÊN RA ĐỀ**



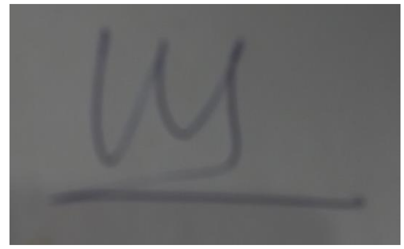
TS …….

PGS.TS.Nguyễn Văn Lộc.

---------------------------Hết-----------------------

TP. Hồ Chí Minh, ngày 02. tháng 02. năm 2024.

GIẢNG VIÊN RA ĐỀ



PGS.TS.Nguyễn Văn Lộc.