

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG  
KHOA KHCB

**ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM**  
**THI KẾT THÚC HỌC PHẦN**  
**Học kỳ 2, năm học 2023-2024**

**I. Thông tin chung**

Tên học phần:	Toán cao cấp và ứng dụng		
Mã học phần:	71ITMA10104	Số tín chỉ:	4
Mã nhóm lớp học phần:	232_71ITMA10104_01, 02, 03, 04, 05, 06		
Hình thức thi: <b>Tự luận</b>	Thời gian làm bài:	<b>75</b>	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

**Cách thức nộp bài: SV làm bài trên giấy**

**II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO**

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
<b>CLO 1</b>	Áp dụng kiến thức về hàm số, đạo hàm, đạo hàm riêng, chuỗi số để giải quyết một số bài toán thực tế và bài toán tối ưu.	Tự luận	50%		5	PI 1.1
<b>CLO 2</b>	Áp dụng kiến thức về tích phân để giải quyết một số bài toán thực tế và bài toán tìm diện tích, thể tích.	Tự luận	30%		3	PI 1.1
<b>CLO 3</b>	Áp dụng các kiến thức về đạo hàm, tích phân để giải các phương trình vi phân cấp 1, cấp 2	Tự luận	20%		2	PI 1.1

**III. Nội dung câu hỏi thi**

**Câu hỏi 1: (5 điểm)**

- a) Tìm đạo hàm  $\frac{dy}{dx}$  của hàm ẩn  $y = y(x)$  thỏa:  $x^{2023} + y^{2023} = xy$
- b) Tìm xấp xỉ tuyến tính của hàm số  $f(x, y) = \ln(2024 + x^2 + y^2)$  tại  $(0;1)$  rồi dựa vào đó xấp xỉ  $f(0.01;1.01)$
- c) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2023n + 2024}$
- d) Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa của hàm số sau:

$$f(x, y) = x^4 + y^2 - 4x + 1$$

**Câu hỏi 2: (3 điểm)**

- a) Tính thể tích khối (kín) nằm bên dưới đồ thị hàm số  $z = 2x^2 + 2y^2$  và nằm phía trên hình chữ nhật có kích thước:  $[0;1] \times [0;1]$ .
- b) Tính tích phân bội ba  $\iiint_E (x + y + z) dV$ ;  $E = [0;1] \times [0;1] \times [0;1]$ .

**Câu hỏi 3: (2 điểm)**

Giải các phương trình vi phân:

a.  $\frac{dy}{dx} + 2024y = \frac{1}{e^{2023x}}$

b.  $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}$ .

..... **hết** .....

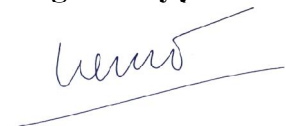
## ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
<b>I. Tự luận</b>			
<b>Câu 1</b>		<b>5.0</b>	
a) Tìm đạo hàm $\frac{dy}{dx}$ của hàm ẩn $y=y(x)$ thỏa: $x^{2023} + y^{2023} = xy$	$x^{2023} + y^{2023} = xy$ $\Rightarrow \frac{d}{dx}(x^{2023} + y^{2023}) = \frac{d}{dx}(xy)$	0.25	
	$\Rightarrow 2023x^{2022} + 2023y^{2022} \cdot y' = y + xy'$	0.25	
	$\Rightarrow y'(2023y^{2022} - x) = y - 2023x^{2022}$	0.25	
	$\Rightarrow y' = \frac{y - 2023x^{2022}}{2023y^{2022} - x}$	0.25	
b) Tìm xấp xỉ tuyến tính của hàm số $f(x, y) = \ln(2024 + x^2 + y^2)$ tại $(0;1)$ rồi dựa vào đó xấp xỉ $f(0.01;1.01)$	$f_x = \frac{2x}{2024 + x^2 + y^2}; f_y = \frac{2y}{2024 + x^2 + y^2}$	$0.25 \times \frac{2}{2}$	
	$f_x(0;1) = 0, f_y(0;1) = \frac{2}{2025}$	$0.25 \times \frac{2}{2}$	
	Hàm tuyến tính hóa tại $(0;1)$ là: $L(x; y) = \ln 2025 + \frac{2}{2025}(y-1)$ $= \frac{2}{2025}y + \ln 2025 - \frac{2}{2025}$	0.25	
	Xấp xỉ tuyến tính: $f(x; y) \approx \frac{2}{2025}y + \ln 2025 - \frac{2}{2025}$ $\Rightarrow f(0.01;1.01) \approx \frac{1}{101250} + \ln 2025$	0.25	
c) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2023n + 2024}$	Đây là chuỗi đan dấu có: $b_n = \frac{1}{2023n + 2024}$	0.25	
	Thỏa mãn: $\begin{cases} b_{n+1} < b_n \\ \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \end{cases}$	$0.25 \times 2$	
	Theo tiêu chuẩn đan dấu thì chuỗi hội tụ.	0.25	
d) Tìm giá trị cực đại địa phương, cực tiểu địa phương và điểm yên ngựa của hàm số sau.	$f_x = 4x^3 - 4 \quad f_y = 2y$	$0.25 \times \frac{2}{2}$	
	$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (1; 0)$		

$f(x, y) = x^4 + y^2 - 4x + 1$		0.25	
	$f_{xx} = 12x^2 \quad f_{xy} = 0 \quad f_{yy} = 2$ $D(x, y) = f_{xx}f_{yy} - [f_{xy}]^2 = 24x^2$	0.25x 2	
	$D(1; 0) = 24 > 0, f_{xx}(1; 0) = 12 > 0$ $\Rightarrow f(1; 0) = -2$ là giá trị cực tiểu địa phương của $f$	0.25	
<b>Câu 2</b>		<b>3.0</b>	
a) Tính thể tích khối (kín) nằm bên dưới đồ thị hàm số $z = 2x^2 + 2y^2$ và nằm phía trên hình chữ nhật có kích thước: $[0; 1] \times [0; 1]$ .	$V = \int_0^1 \int_0^1 (2x^2 + 2y^2) dy dx$	0.25	
	$= \int_0^1 \left( 2x^2 y + 2 \frac{y^3}{3} \right) \Big _{y=0}^{y=1} dx$	0.25x 2	
	$= \int_0^1 \left( 2x^2 + \frac{2}{3} \right) dx$	0.25	
	$= \left( \frac{2}{3} x^3 + \frac{2}{3} x \right) \Big _0^1$	0.25	
	$= \frac{4}{3}$ (đvtt)	0.25	
b) Tính tích phân bội ba $\iiint_E (x + y + z) dV$ ; $E = [0; 1] \times [0; 1] \times [0; 1]$ .	$\iiint_E (x + y + z) dV = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x + y + z) dx dy dz$	0.25	
	$= \int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{x^2}{2} + xy + xz \right) \Big _{x=0}^{x=1} dy dz$	0.25	
	$= \int_0^1 \int_0^1 \left( \frac{1}{2} + y + z \right) dy dz$	0.25	
	$= \int_0^1 \left( \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} y^2 + yz \right) \Big _{y=0}^{y=1} dz$	0.25	
	$= \int_0^1 (1 + z) dz$	0.25	
	$= \left( z + \frac{1}{2} z^2 \right) \Big _0^1 = \frac{3}{2}$	0.25	
<b>Câu 3</b>		<b>2.0</b>	
Giải các phương trình vi phân: a. $\frac{dy}{dx} + 2024y = \frac{1}{e^{2023x}}$	Nhân tử tích phân : $I(x) = e^{\int 2024 dx} = e^{2024x+C}$	0.25	
	Chọn $C=0$ , ta được : $I(x) = e^{2024x}$	0.25	
	Công thức nghiệm: $y = \frac{1}{I(x)} \cdot \left[ \int I(x) \cdot Q(x) dx \right] = \frac{1}{e^{2024x}} \cdot \left[ \int e^x dx \right]$	0.25	

	$\Rightarrow y = \frac{e^x + C}{e^{2024x}} \quad (C \in \mathbb{R})$	0.25	
b. $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}$ .	Xét phương trình đặc trưng: $r^2 - 5r + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r_1 = 1 \\ r_2 = 4 \end{cases}$	0.25	
	Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất: $y_c = C_1 e^x + C_2 e^{4x} \quad (C_1, C_2 \in \mathbb{R})$	0.25	
	Nghiệm riêng có dạng: $y_p = Ae^{2x} \Rightarrow y'_p = 2Ae^{2x}, y''_p = 4Ae^{2x}$ Thay vào phương trình ban đầu ta được: $-2Ae^{2x} = e^{2x} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow y_p = -\frac{1}{2}e^{2x}$	0.25	
	Nghiệm cần tìm: $y = y_c + y_p = C_1 e^x + C_2 e^{4x} - \frac{1}{2}e^{2x}$	0.25	
	<b>Điểm tổng</b>	<b>10.0</b>	

Người duyệt đề



Đinh Tiên Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 25 tháng 4 năm 2024

Giảng viên ra đề

Lê Văn Vĩnh