

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VĂN LANG
KHOA KHCB

ĐỀ THI, ĐÁP ÁN/RUBRIC VÀ THANG ĐIỂM
THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
Học kỳ 2, năm học 2023-2024

I. Thông tin chung

Tên học phần:	Giải tích 1		
Mã học phần:	71MATC10032	Số tín chỉ:	2
Mã nhóm lớp học phần:	232_71MATC10032_01, 232_71MATC10032_02		
Hình thức thi: Tự luận	Thời gian làm bài:	75	phút
<i>Thí sinh được tham khảo tài liệu:</i>	<input checked="" type="checkbox"/> Có	<input type="checkbox"/> Không	

Cách thức nộp bài: SV làm bài trên giấy

II. Các yêu cầu của đề thi nhằm đáp ứng CLO

Ký hiệu CLO	Nội dung CLO	Hình thức đánh giá	Trọng số CLO trong thành phần đánh giá (%)	Câu hỏi thi số	Điểm số tối đa	Lấy dữ liệu đo lường mức đạt PLO/PI
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
CLO 1	Áp dụng kiến thức về hàm số và đạo hàm để giải quyết một số bài toán thực tế và bài toán tối ưu.	Tự luận	40%		4	
CLO 2	Áp dụng kiến thức về tích phân để giải quyết một số bài toán ứng dụng	Tự luận	30%		3	
CLO 3	Xác định chuỗi hội tụ, phân kỳ	Tự luận	30%		3	

III. Nội dung câu hỏi thi

Câu hỏi 1: (4 điểm)

a) Dùng phương pháp đạo hàm logarit để tính đạo hàm của hàm số: $y = (x^{2004} + 2003)^x$

b) Một người nông dân có một hàng rào với chiều dài 100m. Ông ấy cần cắt hàng rào đó làm 2 phần, một phần rào lại thành hình vuông, phần kia rào lại thành hình tam giác đều. Hỏi người nông dân nên cắt và rào như thế nào để tổng diện tích 2 phần lớn nhất? (Người

nông dân không nhất thiết phải rào cùng lúc cả hai phần mà có thể lựa chọn rào chỉ một trong hai phần)

c) Dùng phương pháp Newton với xấp xỉ ban đầu x_1 đã cho để tìm xấp xỉ nghiệm thứ ba x_3 , của phương trình sau (kết quả làm tròn đến bốn chữ số thập phân).

$$x^3 + 2x - 2 = 0, \quad x_1 = 1$$

Câu hỏi 2: (3 điểm)

a) Tìm diện tích miền giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$ và $y = 8x$.

b) Tìm thể tích khối có được bằng cách quay quanh Ox miền nằm dưới đường cong $y = x^{2024}$ và bên trên trục hoành từ 0 đến 1.

Câu hỏi 3: (3 điểm)

a) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau và tính tổng nếu có: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2023}{2024} \right)^{n-1}$

b) Tìm bán kính hội tụ và khoảng hội tụ của chuỗi lũy thừa sau: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$

..... **hết**

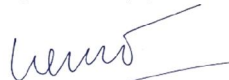
ĐÁP ÁP VÀ THANG ĐIỂM

Phần câu hỏi	Nội dung đáp án	Thang điểm	Ghi chú
I. Tự luận			
Câu 1		4.0	
a) Dùng phương pháp đạo hàm logarit để tính đạo hàm của hàm số: $y = (x^{2004} + 2003)^x$	Lấy ln hai vế ta được: $\ln y = x \cdot \ln(x^{2004} + 2003)$	0.25	
	$\Rightarrow \frac{y'}{y} = \ln(x^{2004} + 2003) + x \cdot \frac{2024x^{2023}}{x^{2004} + 2003}$	0.25	
	$= \ln(x^{2004} + 2003) + \frac{2024x^{2024}}{x^{2004} + 2003}$	0.25	
	Đạo hàm của hàm số là: $(x^{2004} + 2003)^x \left[\ln(x^{2004} + 2003) + \frac{2024x^{2024}}{x^{2004} + 2003} \right]$	0.25	
b) Một người nông dân có một hàng rào với chiều dài 100m. Ông ấy cần cắt hàng rào đó làm 2 phần, một phần rào lại thành hình vuông, phần kia rào lại thành hình tam giác đều. Hỏi người nông dân nên cắt và rào như thế nào để tổng diện tích 2 phần lớn nhất? (Người nông dân không nhất thiết phải rào cùng lúc cả hai phần mà có thể lựa chọn rào chỉ một trong hai phần)	Gọi chiều dài hai phần hàng rào là: x và 100-x ($0 \leq x \leq 100$)	0.25	
	Diện tích của hình vuông là: $A_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2$	0.25	
	Diện tích của hình tam giác đều là: $A_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{100-x}{3}\right)^2$		
	Tổng diện tích hai phần là: $A = \frac{x^2}{16} + \frac{\sqrt{3}}{36} (100-x)^2$	0.25	
	$A' = \frac{x}{8} - \frac{\sqrt{3}}{18} (100-x)$; $A' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{400\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 9}$	0.25	
	Lập bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 100$	0.25	
	Vậy người nông dân nên rào thành hình vuông cạnh bằng 25m và không cần rào phần thứ 2 để tổng diện tích hai phần lớn nhất	0.25	
c) Dùng phương pháp Newton với xấp xỉ ban đầu x_1 đã cho để tìm	Áp dụng phương pháp Newton với $f(x) = x^3 + 2x - 2$	0.25	
	$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$	0.25	

xấp xỉ nghiệm thứ ba x_3 , của phương trình sau (kết quả làm tròn đến bốn chữ số thập phân). $x^3 + 2x - 2 = 0, x_1 = 1$	Ta có: $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$	0.25	
	$= 1 - \frac{1^3 + 2 \cdot 1 - 2}{3(1)^2 + 2} = \frac{4}{5}$	0.25	
	$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$	0.25	
	$= 0.77142 \approx 0.7714$	0.25	
Câu 2		3.0	
a) Tìm diện tích miền giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$ và $y = 8x$.	Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 = 8x$	0.25	
	$\Leftrightarrow x = 0; x = 4$	0.25	
	Diện tích miền giới hạn bởi các đường là: $\int_0^4 8x - 2x^2 dx$	0.25	
	$= \int_0^4 (8x - 2x^2) dx$	0.25	
	$= \left(4x^2 - \frac{2}{3}x^3 \right) \Big _0^4$	0.25	
	$= \frac{64}{3}$ (đvdt)	0.25	
b) Tìm thể tích khối có được bằng cách quay quanh Ox miền nằm dưới đường cong $y = x^{2024}$ và bên trên trục hoành từ 0 đến 1.	Thể tích khối $V = \int_0^1 \pi \cdot [f(x)]^2 dx$	0.25	
	$= \int_0^1 \pi \cdot [x^{2024}]^2 dx$	0.25	
	$= \int_0^1 \pi \cdot x^{4048} dx$	0.25	
	$= \left(\pi \cdot \frac{x^{4049}}{4049} \right) \Big _0^1$	0.25	
	$= \pi \cdot \frac{1^{4049} - 0^{4049}}{4049}$	0.25	
	$= \frac{\pi}{4049}$ (đvtt)	0.25	
Câu 3		3.0	

<p>a) Xét tính hội tụ của chuỗi số sau và tính tổng nếu có:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2023}{2024}\right)^{n-1}$	<p>Chuỗi $\sum_1^{\infty} \left(\frac{2023}{2024}\right)^{n-1}$ là chuỗi hình học có:</p> $\begin{cases} a = 1 \\ r = \frac{2023}{2024} \end{cases}$	0.25	
	<p>Ta thấy: $r = \frac{2023}{2024} \Rightarrow r < 1$ nên chuỗi hình học hội tụ</p>	0.25	
	<p>Tổng của chuỗi: $\frac{a}{1-r}$</p>	0.25	
	$= \frac{1}{1 - \frac{2023}{2024}} = 2024$	0.25	
<p>b) Tìm bán kính hội tụ và khoảng hội tụ của chuỗi lũy thừa sau:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$	<p>Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right) x^2$</p>	0.25	
	$= x^2$	0.25	
	<p>Theo tiêu chuẩn tỷ số, chuỗi đã cho hội tụ khi $x^2 < 1 \Leftrightarrow x < 1$ và phân kì khi $x^2 > 1 \Leftrightarrow x > 1$</p>	0.25	
	<p>\rightarrow bán kính hội tụ là $R = 1$.</p>	0.25	
	<p>Vậy, chuỗi hội tụ trong khoảng $(-1; 1)$</p>	0.25	
	<p>Ta sẽ kiểm tra sự hội tụ của chuỗi tại các biên của khoảng này.</p> <p>Khi $x = -1$, chuỗi đã cho trở thành: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ chuỗi phân kì do đây là p-chuỗi với $p=1$</p>	0.25	
	<p>Khi $x = 1$, chuỗi đã cho trở thành: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ chuỗi phân kì do đây là p-chuỗi với $p=1$</p> <p>Vậy khoảng hội tụ của chuỗi đã cho là $(-1; 1)$.</p>	0.25	
Điểm tổng		10.0	

Người duyệt đề



Đinh Tiến Liêm

TP. Hồ Chí Minh, ngày 04 tháng 4 năm 2024

Giảng viên ra đề

Lê Văn Vĩnh