

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI KÌ TOÁN C1

ĐỀ 01 K20A

Năm học 2014-2015

Câu 1. a/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \tan x)}{x^2 + \sin^3 x}$ Khi $x \rightarrow 0$ thay thế các
(2đ) 1đ VCB tương đương :

$$\ln(1+x \tan x) \approx x \tan x \approx x^2 ; x^2 + \sin^3 x \approx x^2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \tan x)}{x^2 + \sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

1đ b/

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\frac{1}{1+x}} = 2 \quad \text{Dùng đl Lôpitan 1.}$$

Câu 2. a/
(2đ) 1đ

$$y = x^{\ln x} \rightarrow \ln y = \ln x \cdot \ln x = \ln^2 x$$

$$\frac{y'}{y} = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \rightarrow y' = 2x^{\ln x - 1} \cdot \ln x$$

1đ b/

$$y = x^{x^2} \rightarrow \ln y = x^2 \ln x \quad \text{Đạo hàm 2vế theo x:}$$

$$\frac{y'}{y} = 2x \cdot \ln x + x \rightarrow y' = x^{x^2} \cdot x(2 \ln x + 1)$$

Câu 3. a/
(2đ) 1đ

$$U = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2}) \quad dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

$$\text{với : } \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{y}{x^2 + y^2 + x\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dU = \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{y dy}{x^2 + y^2 + x\sqrt{x^2 + y^2}}$$

1đ b/

$$Z = \ln(u^2 + v^2) \text{ với } \begin{cases} u = x^2 y \\ v = xy^2 \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy ; \frac{\partial u}{\partial y} = x^2 ; \frac{\partial v}{\partial x} = y^2 ; \frac{\partial v}{\partial y} = 2xy$$

$$\frac{\partial Z}{\partial u} = \frac{2u}{u^2 + v^2} ; \frac{\partial Z}{\partial v} = \frac{2v}{u^2 + v^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{2(2x^2 + y^2)}{x(x^2 + y^2)} \\ \frac{\partial Z}{\partial y} = \frac{2(x^2 + 2y^2)}{y(x^2 + y^2)} \end{cases}$$

Câu 4,
(2đ)

1đ a/
$$\int \frac{xdx}{x^4 + 6x^2 + 5} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 3)}{(x^2 + 3)^2 - 4} = \frac{1}{8} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5} + C$$

1đ b/
$$\begin{aligned} * \int e^x \cos x dx &= e^x \sin x - \int e^x \sin x dx \\ &= e^x \sin x + e^x \cos x - \int e^x \cos x dx \\ \Rightarrow \int e^x \cos x dx &= \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx &= \frac{e^{\frac{\pi}{2}}}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right) - \frac{e^0}{2} (\sin 0 + \cos 0) \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx &= \frac{1}{2} (e^{\frac{\pi}{2}} - 1) \end{aligned}$$

Câu 5,
(2đ)

$$y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$$

Phương trình đặc trưng : $k^2 - 4k + 3 = 0$ có nghiệm :

1đ nhất : $k_1 = 1; k_2 = 3$. Nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất :

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

Nghiệm riêng của phương trình không thuần nhất có dạng

1đ $y^* = A e^{5x}$ Thế vào phương trình không thuần nhất ta được : $A = \frac{1}{8}$

Vậy nghiệm tổng quát của phương trình không thuần nhất là :

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{8} e^{5x}$$